

RTミドルウェアによるロボットプログラミング技術

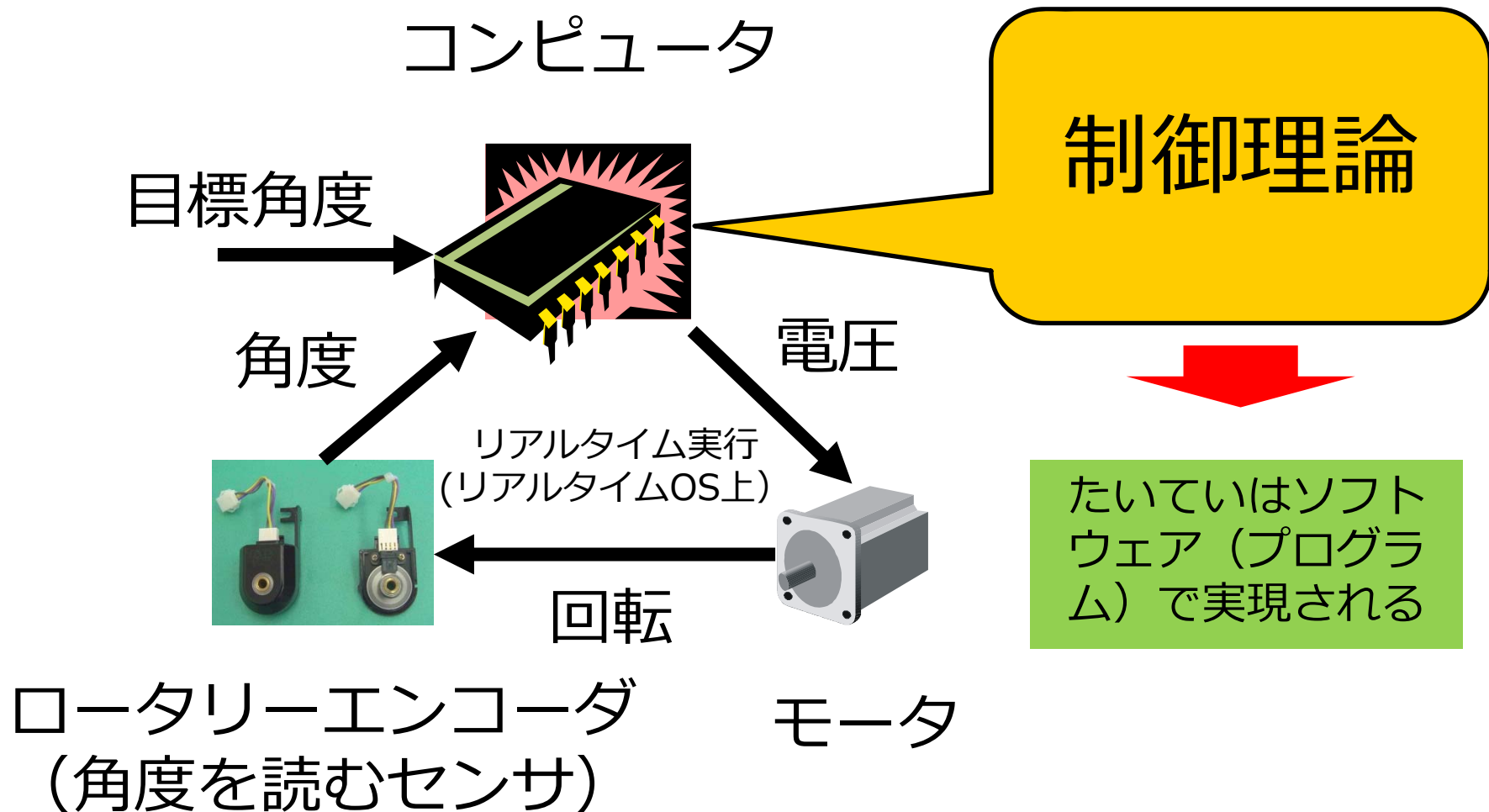
# 4. ロボットの運動学と制御の基礎



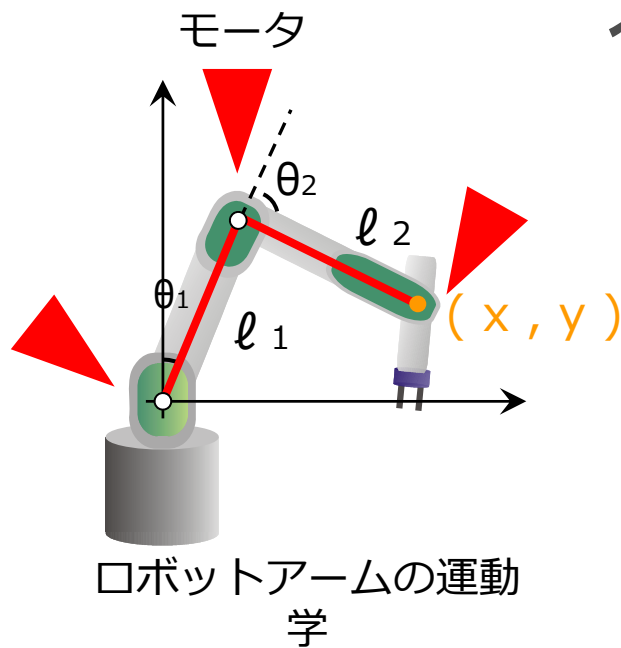
# 概要

1. ロボットと運動学
2. ロボットと制御

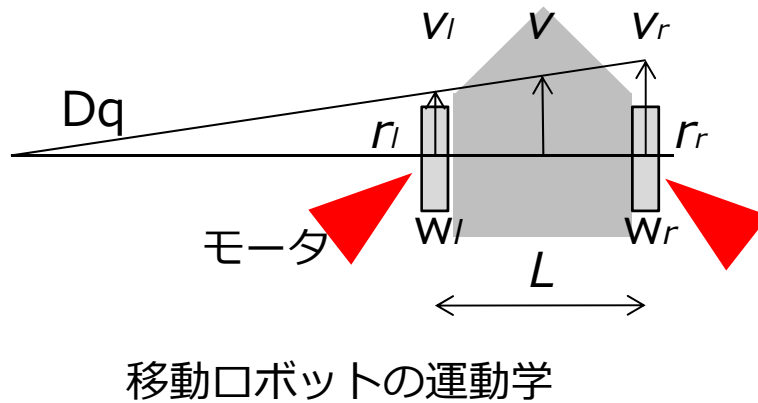
# フィードバック制御



# 運動学



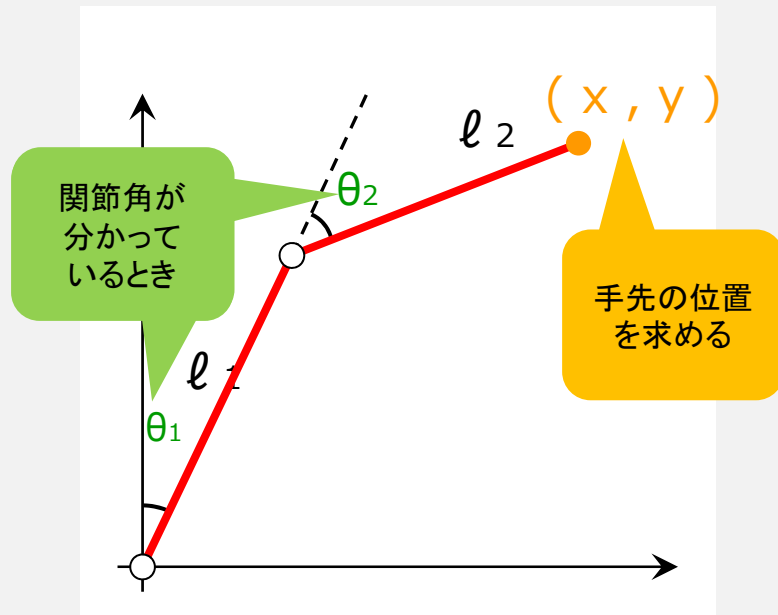
**運動学** (kinematics) とは位置の移動とその時間変化を対応させて考える学問であり、数理的な手法であり、物理学の原理を基礎としていない。一般的に物体の状態は、移動と回転の運動学の両方を兼ね合わせて記述する。



ロボットの機構 (メカ) の運動を数式で (プログラムとして) 記述する

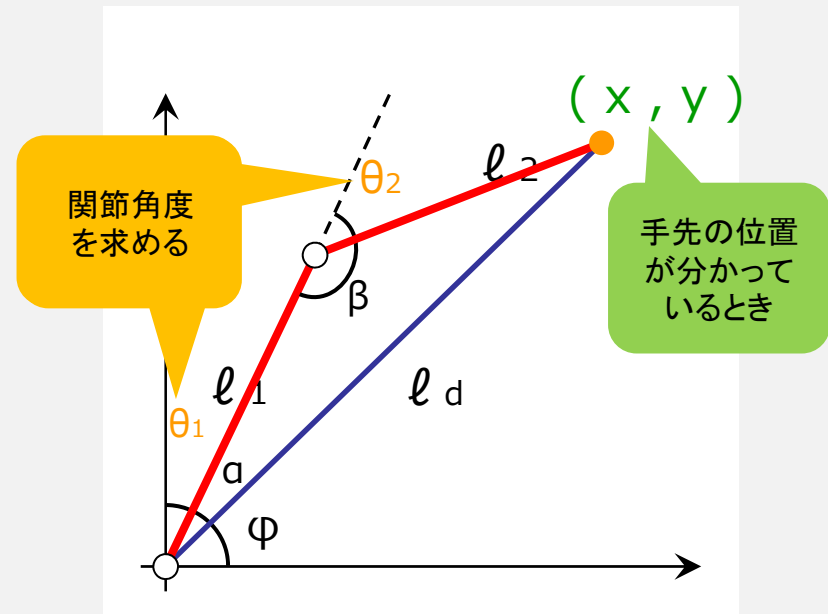
# 順運動学 ・ 逆運動学 (2自由度の場合)

## ● 順運動学



関節の角度がわかっているとき、XY座標を求めることができる

## ● 逆運動学



XY座標がわかっているとき、関節の角度を求めることができる

注：どの場合も腕の長さをはじめから与えられている

# 演習

# 演習

## ロボット制御に必要な以下のプログラムを示せ

課題 1 : 2自由度のアームの逆運動学を計算する以下の仕様の関数のC++プログラムを作成し実行結果を示せ

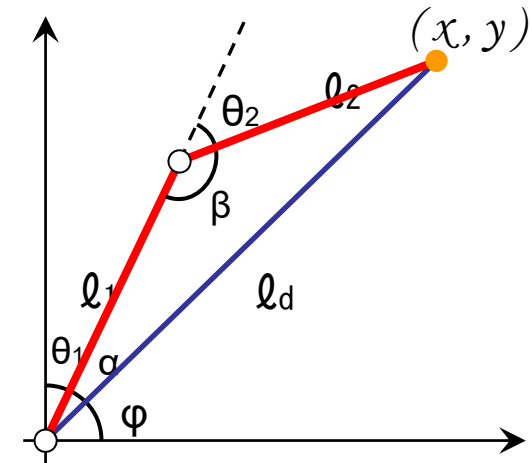
関数: `th = invkinem(link, pos)`  
th: 2つの関節の角度[deg]  
link: 2つのリンク長[m]  
pos: 手先位置[m]  
引数、戻り値はいずれも要素数2の配列とする

課題 2 : ジョイスティックの現在値から移動ロボットの車輪角速度を出力するPythonプログラムを作成し実行結果を示せ

関数: `vl, vr = joy2vel (k, x, y)`  
k: 適当な係数  
x, y: ジョイスティックの現在値  
vl, vr: 移動ロボットの左右車輪角速度 [rad/s]

課題1：2自由度のアームの逆運動学を計算する以下の仕様の関数のC++プログラムを作成し実行結果を示せ

```
関数: Angle = invkinem(link, pos)
      th: 2つの関節の角度[deg]
      link: 2つのリンク長[m]
      pos : 手先位置[m]
      引数、戻り値はいずれも要素数2の配列とする
```



- 2自由度アームの制御に必要な計算式を考えてみよう

最終的には…

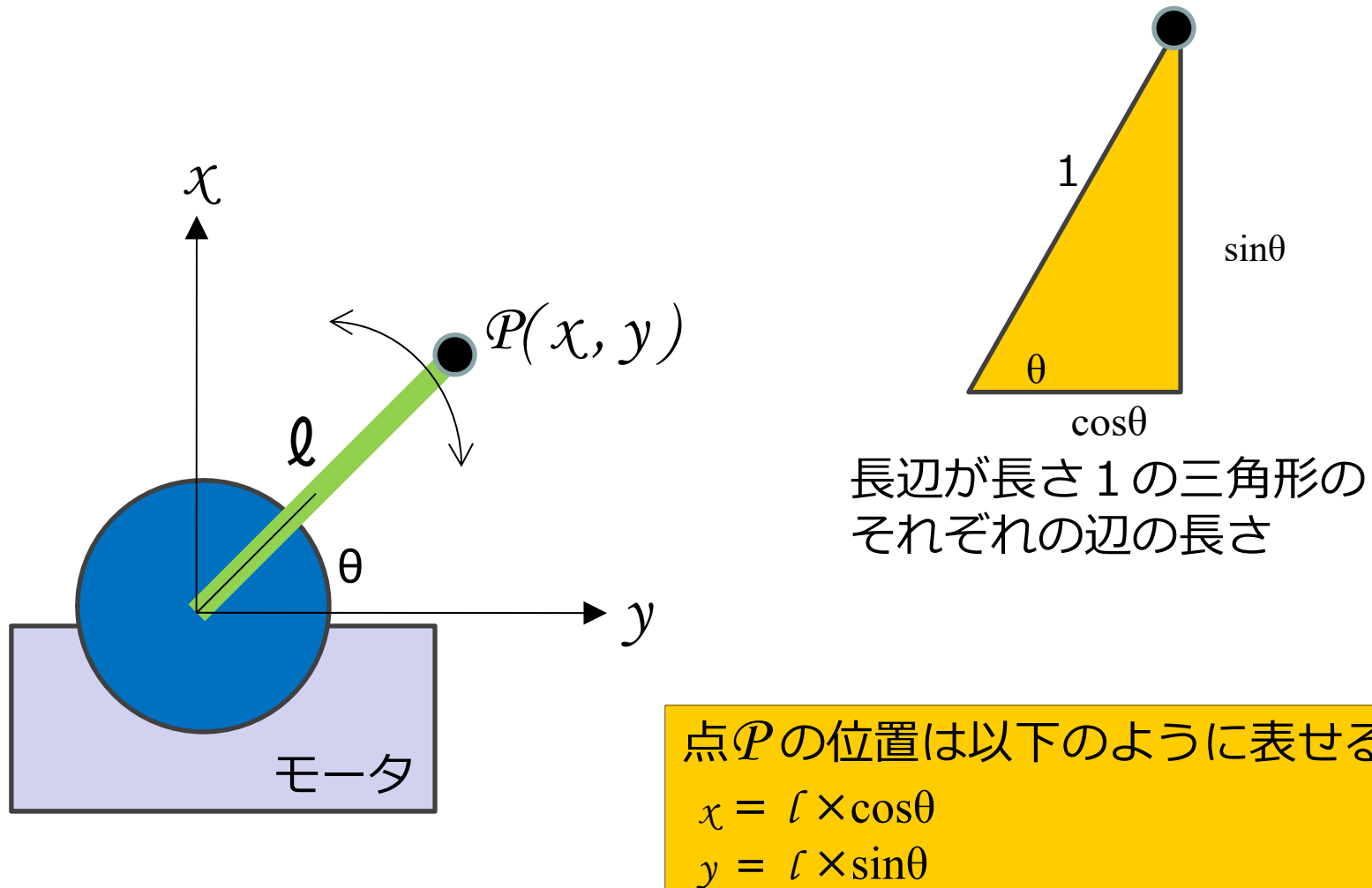
$\theta_1 =$

$\theta_2 =$

の形にしたい。

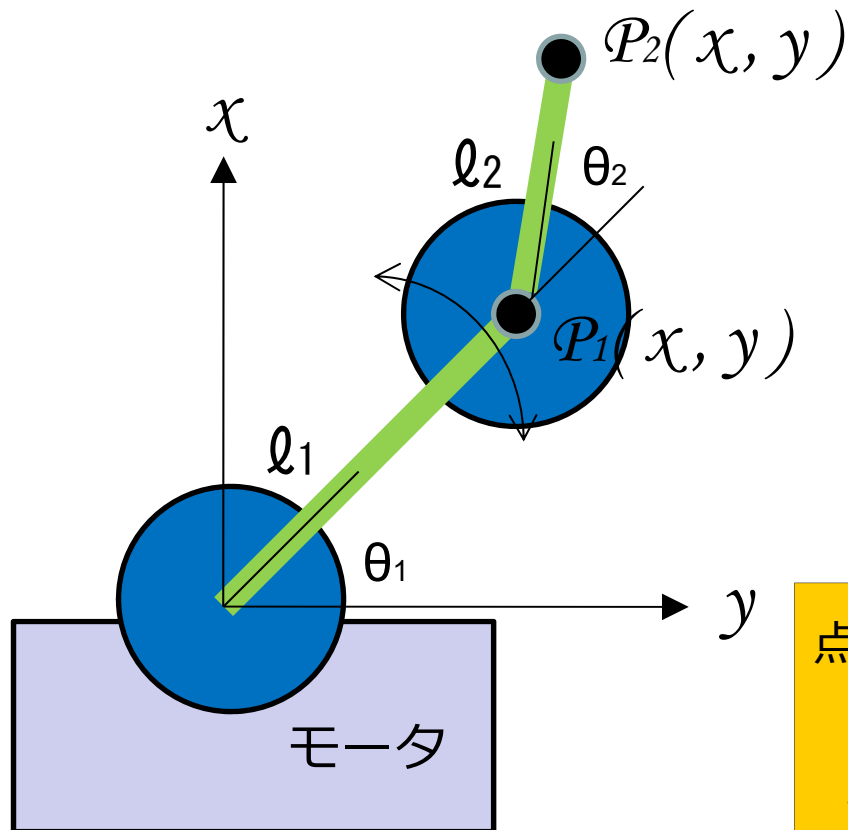


# 1自由度のアーム



# 2自由度のアーム

1自由度アームの先端にもうひとつモータを繋いで2自由度アームを作る



点  $P_1$  の位置は

$$\begin{aligned} x &= l_1 \times \cos\theta_1 \\ y &= l_1 \times \sin\theta_1 \end{aligned}$$

点  $P_1$  から点  $P_2$  の位置は

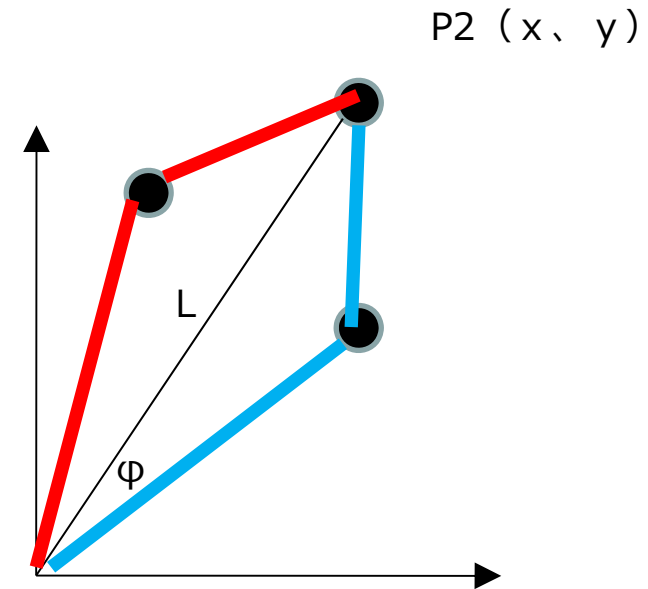
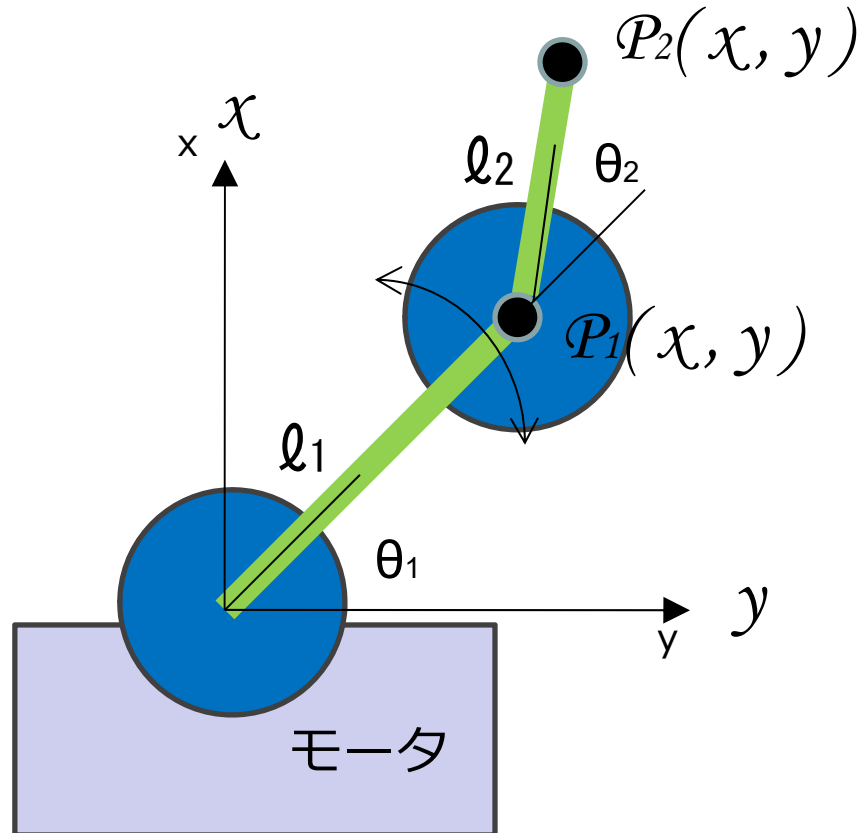
$$\begin{aligned} x &= l_2 \times \cos(\theta_1 + \theta_2) \\ y &= l_2 \times \sin(\theta_1 + \theta_2) \end{aligned}$$

点  $P_2$  の位置は以下のように表せる

$$\begin{aligned} x &= l_1 \times \cos\theta_1 + l_2 \times \cos(\theta_1 + \theta_2) \\ y &= l_1 \times \sin\theta_1 + l_2 \times \sin(\theta_1 + \theta_2) \end{aligned}$$

# 2自由度のアーム

それでは逆に点  $P_2(x, y)$  の位置にロボットの先端を持って行くにはそれぞれのモータの角度を何度にしたらよい?



ロボットアームを折り曲げて  $L$  の長さにしたものを  $\phi$  回転すると考えると2つの姿勢の可能性がある

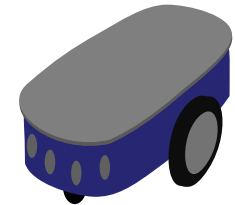
# 課題 2 : ジョイスティックの現在値から移動ロボットの車輪角速度を出力するPythonプログラムを作成し実行結果を示せ

関数:  $v_l, v_r = \text{joy2vel}(k, x, y)$

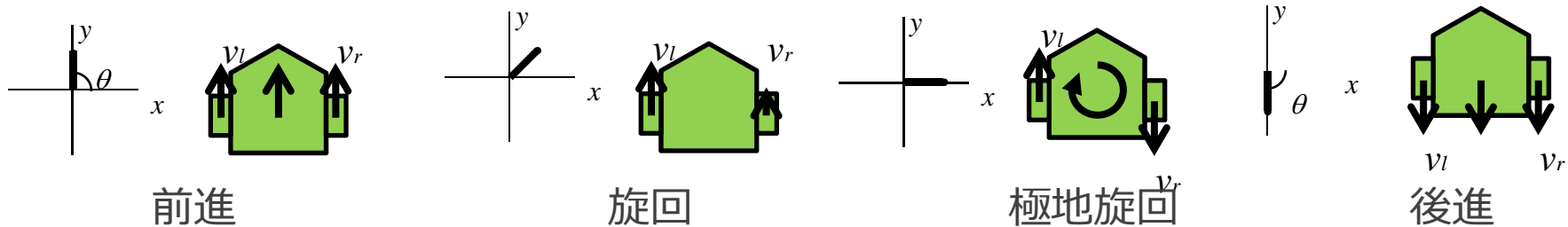
$k$ : 適当な係数

$x, y$ : ジョイスティックの現在値

$v_l, v_r$ : 移動ロボットの左右車輪角速度 [rad/s]

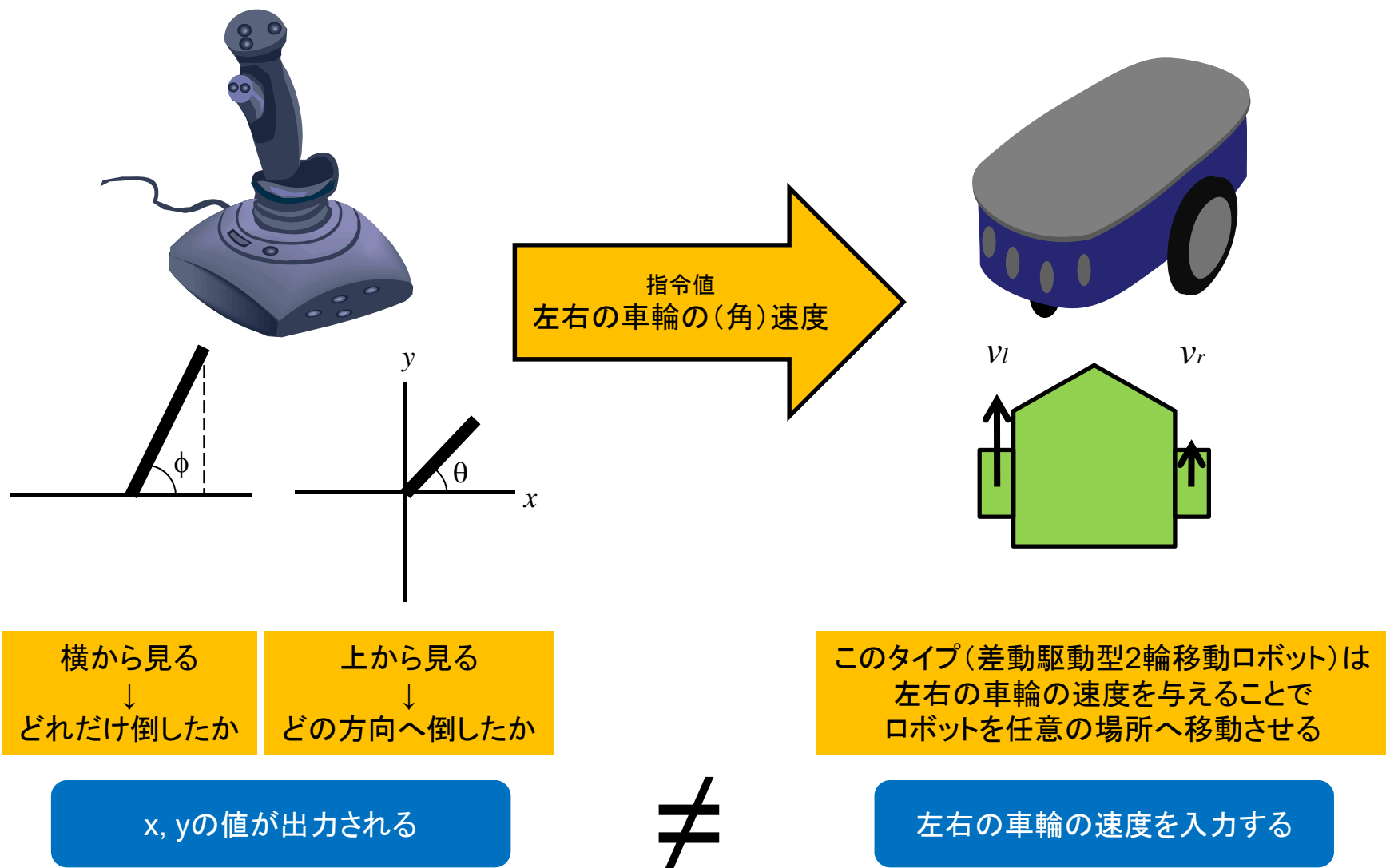


ジョイスティックを倒す角度と車輪の速度の大まかな関係は…

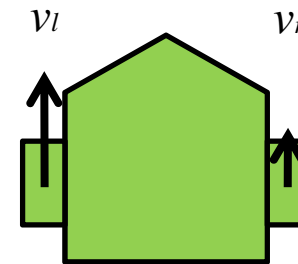
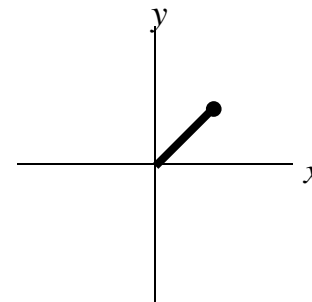
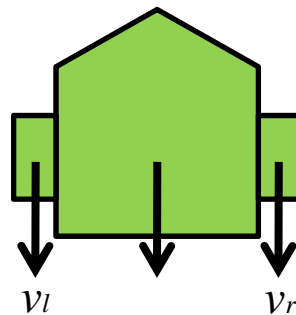
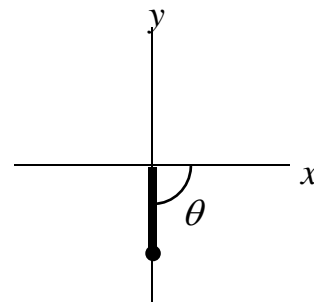
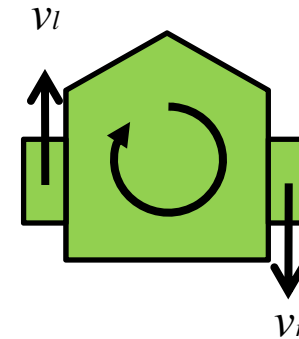
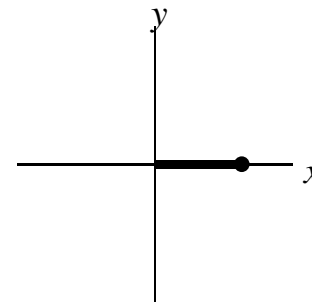
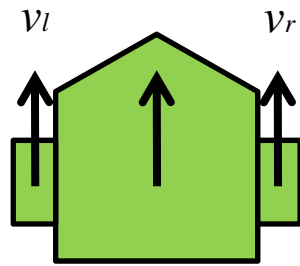
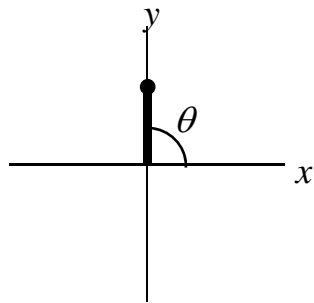


これらを滑らかにつなぐ関数を定義したい。

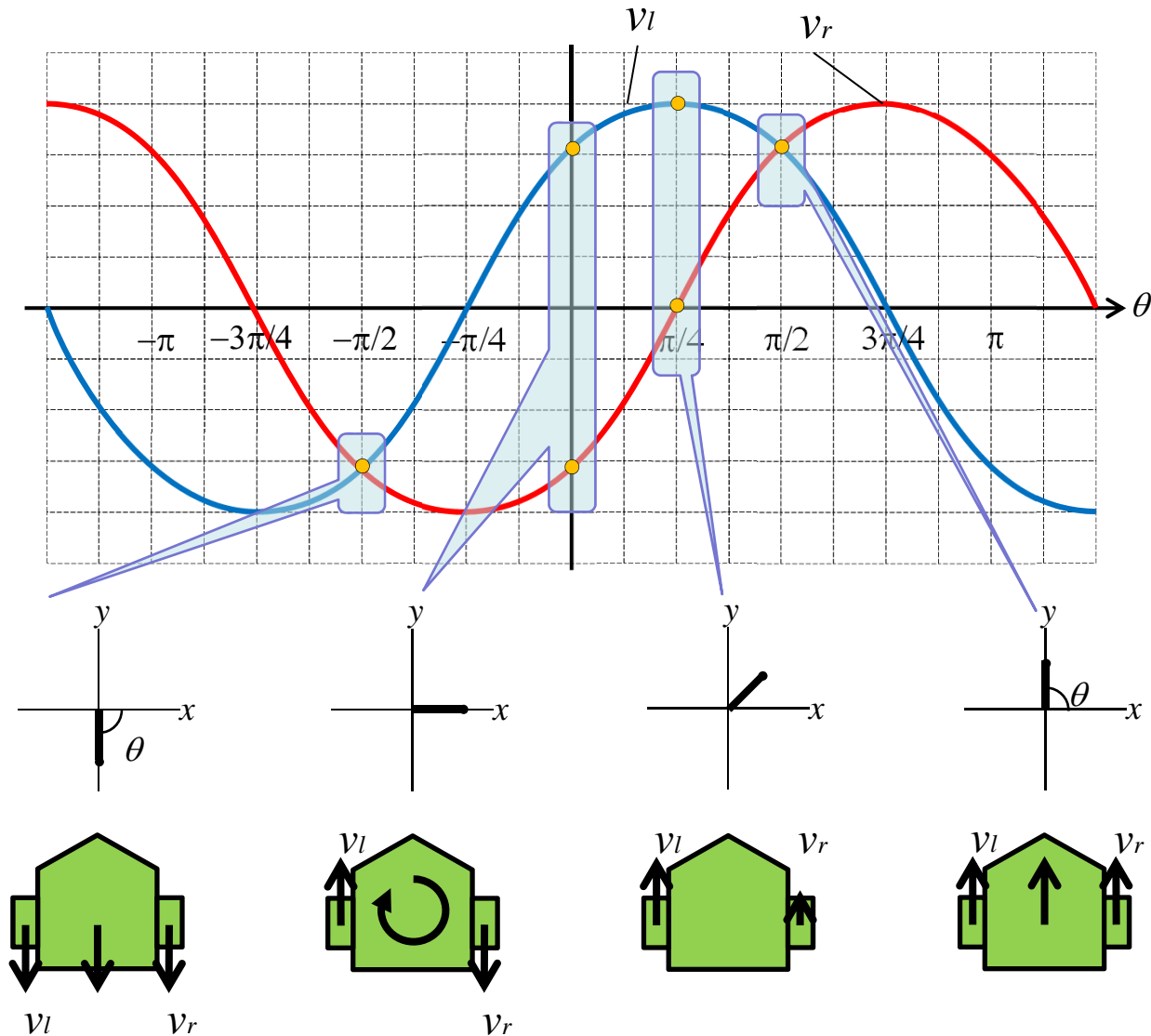
# ジョイスティックによる操作



# 移動ロボットの制御



# ジョイスティックと車輪の速度

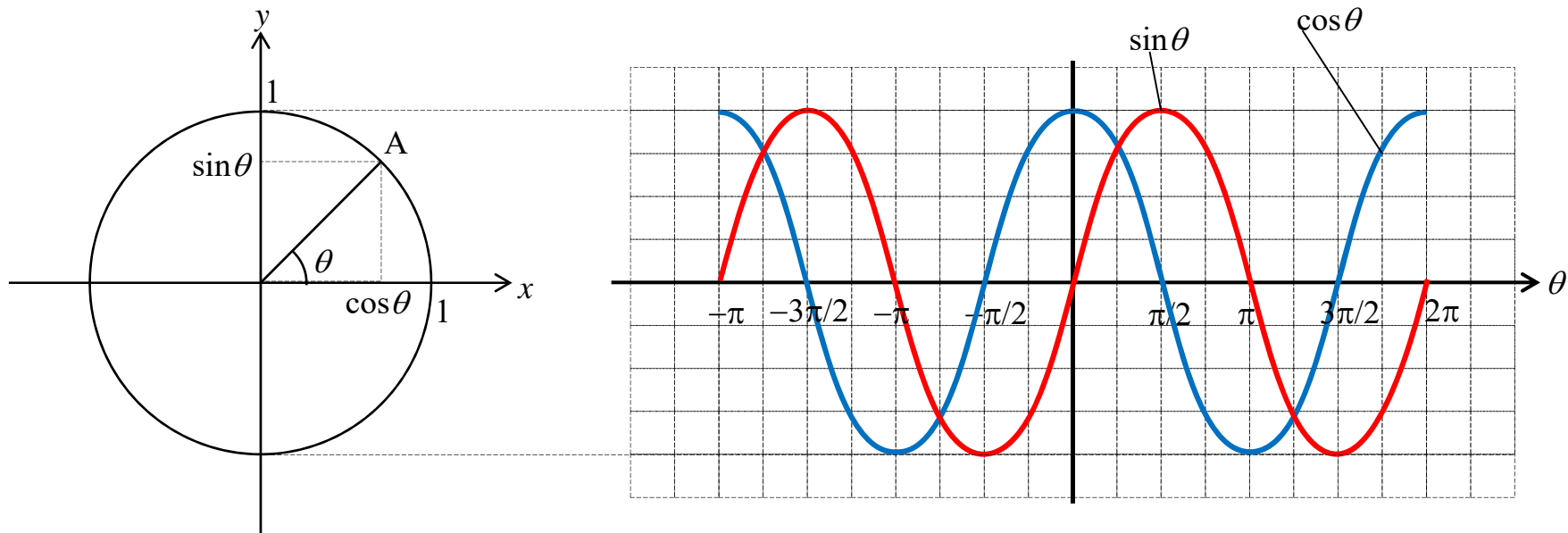


# 三角関数おさらい



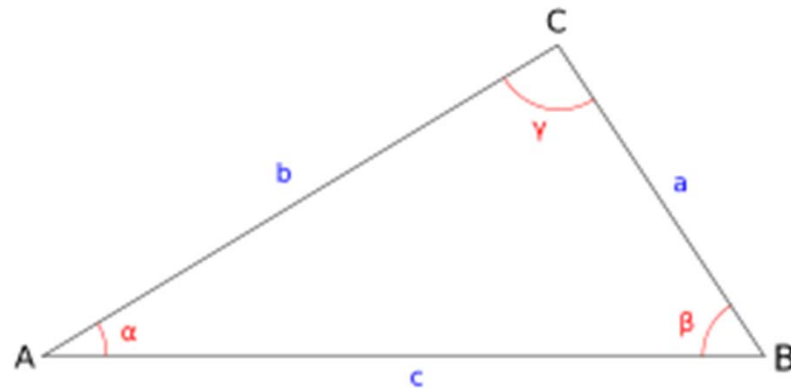
# 三角関数

関数:  $f(x) \rightarrow x$  が有る値のとき特定の値となる式のこと  
 三角関数:  $\sin \theta, \cos \theta, \tan \theta$



半径1の円周上を点  $(x, y)$  が動くとき、x軸と線分OAがなす角:  $\theta$   
 角度  $\theta$  のときのxの値 =  $\cos \theta$   
 角度  $\theta$  のときのyの値 =  $\sin \theta$   
 $\theta$  を変化させてゆくと右のグラフのようになる(サインカーブ)

# 余弦定理



余弦定理：  
三角形の角と辺の関係式

$$\cos \alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

# 逆関数

$OX$  が  $x$  軸となす角度を  $\theta$  とすると

$$\tan \theta = \frac{y}{x}$$

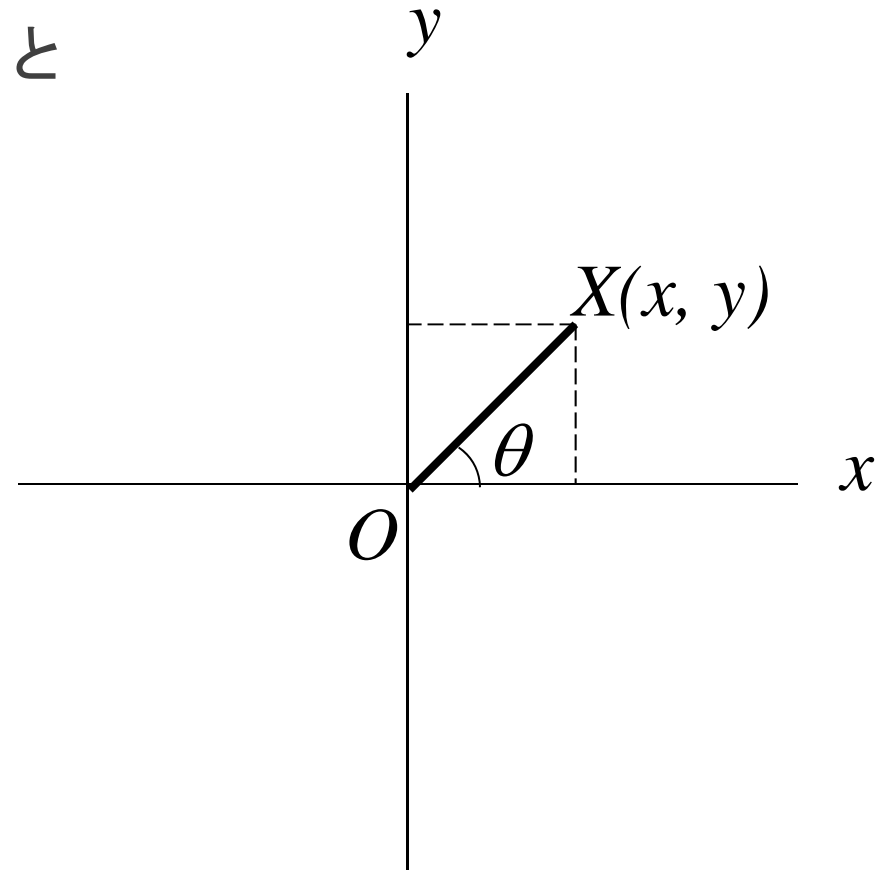
なので、逆関数  $\arctan$  を使うと、

$$\theta = \arctan \frac{y}{x}$$

$$\sin \theta = x \text{ のとき } \arcsin x = \theta$$

$$\cos \theta = x \text{ のとき } \arccos x = \theta$$

$$\tan \theta = x \text{ のとき } \arctan x = \theta$$



# まとめ

- 実際にロボットを制御するためには、運動学を解く必要がある
- 式をプログラムとして表現し、指令値に対する関節角度や車輪速度を求める
- 求められた値がモータへの指定値（角度や速度）となる